

東海大學統計研究所

碩士論文

因子篩選試驗的穩健性探討

A Robustness Study for Factor Screening
Experiments

研究生：張森傑

指導教授：俞一唐 博士

中華民國 108 年 7 月

東海大學碩士班研究生

論文口試委員審定書

統計學系碩士班張森傑君所提之論文

因子篩選試驗的穩健性探討

經本委員會審議，認為符合碩士資格標準。

論文口試委員召集人 陳春樹 (簽章)

委員 張玄雅

俞一凡

中華民國 108 年 07 月 04 日

致謝詞

首先感謝我的指導老師俞一唐教授，在我完成我的畢業論文的過程中細心的教導，幫助我一起解決我所面臨的問題，認真地檢視我的論文內容以及反覆的口試練習，非常感謝俞一唐老師的幫助我才能夠順利完成論文。

感謝研究所的各位同學，大家一起在研究室互相扶持鼓勵與幫助，感謝這些同學無私的幫助，也感謝系上助教的在消息上第一時間的通知，器材的借助以及行政方面的幫忙。

最後感謝我的家人，沒有他們的支持我不會那麼順利的畢業，很慶幸在這學習的路上能夠得到那麼多人的幫助，我會繼續努力不辜負大家的幫助，謝謝所有幫助過我的人。



摘要

因子篩選實驗是在一個正式實驗前，用來從大量的因子中篩選出重要的活性因子的先前實驗。在分析因子篩選實驗方面，Modified Box-Meyer Method (MBMM) 為根據 Box-Meyer 所提出的 Box-Meyer Method (BMM) 的推廣。在似函數的假設方面，MBMM 用平均數模型取代 BMM 中的效果模型。此一方法解決了 BMM 可能面臨的一些最高階交互作用假設錯誤，造成重要因子誤判的問題。此外，解釋變數的個數上也會降低減少了計算上的複雜性。因此 MBMM 非常的適合用來分析因子篩選實驗。在本文中，我們將利用一次刪除實驗中的一個實驗徑的方式來評估 MBMM 所辨識出活性因子的穩健性。

關鍵字：Modified Box-Meyer Method、因子篩選、穩健性

目錄

1. 前言	1
2. BMM	5
3. MBMM	7
4. 探討因子的穩健性	10
5. 結論	20
6. 參考文獻	21



1.前言

工業實驗常被設計來完成不同的任務，在一個新產品的發展初期，可能經常會有大量潛在的活性因子 (active factor)，但實務上，通常只有少數的因子真的影響這個產品的品質。而因子篩選實驗 (screening experiment) 就是建構來從這些大量的因子中辨識出真正具有影響力的活性因子的前期實驗。

一般來說在分析實驗設計資料中，普遍使用的模型有兩種，效果模型 (effects model) 與平均數模型 (means model) (Montgomery, 2005)。在效果模型中，我們考慮了不同形式的效果，例如每個因子的主效果 (main effect)、兩階段交互作用 (two-factor interaction)，或者是更高的交互作用。例如：在一個試驗裡有三個因子，因子 A，B 和 C，我們假設反應變數 Y 的期望值在 A 的第 i 個水準 (level)、在 B 的第 j 個水準及 C 的第 k 個水準下，可表示為：

$$E[Y_{ijk}] = \eta + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk}$$

其中 η 為總平均， α_i 、 β_j 、 γ_k 為個別對應因子的主效果， $(\alpha\beta)_{ij}$ 、 $(\alpha\gamma)_{ik}$ 、 $(\beta\gamma)_{jk}$ 為兩階交互作用， $(\alpha\beta\gamma)_{ijk}$ 為三階交互作用。另一方面，此一實驗在平均數模型中則可表示為：

$$E[Y_{ijk}] = \mu_{ijk}$$

其中 μ_{ijk} 為每個實驗徑 (run) 下的平均數 (cell mean)。

效果模型通常是被用來探討各因子效果之間對實驗的影響，而平均數模型則是用來比對各處理之間的差異。傳統的實驗中，因子篩選主要專注於因子效

果的探討，所以效果模型較常被使用。然而，我們還是可以用平均數模型去探討所有的交互作用。

因子篩選設計通常不會使用太多的實驗徑，所以部分因子設計 (fractional factorial design) 和正交矩陣設計 (orthogonal array design) 在因子篩選中較常被使用。在這些設計之中，實驗徑個數通常較少，所以在估計不同的效果時，會因為實驗徑較少而造成自由度的不足。因此，只有少數幾個效果會被表示效果模型之中。在效果的選擇方面，根據以下因子篩選時的兩個準則 (Wu and Hamada, 2009)：

1. 階級排序準則 (hierarchical ordering principle)：低階交互作用會比高階交互作用有更顯著的影響。
2. 效果遺傳原則 (effect heredity principle)：如果一個交互作用有顯著的影響，在這交互作用之中至少會有一個相關的主效果也會有顯著的影響。

在建構模型方面，建議只加入主效果和一些二階交互作用。這樣的模型建構方法在二階交互作用並不複雜的情況下，通常會得到不錯的結果。但在兩個或更多的二階交互作用彼此混淆 (alias) 或較高階的交互作用有顯著的影響時，這兩種情況下還是會出現辨認活性因子的失誤。

為了解決上述的問題，Box and Meyer (Box and Meyer, 1993) 提出了一套新的方法 Box-Meyer method (BMM)，BMM 是一以貝氏模型平均法 (Bayesian model averaging, BMA) (Hoeting et al., 1999) 為基礎的分析方法。BMM 可以成功

地應用在不同的因子篩選設計當中。在一般的迴歸分析中，貝氏模型平均法的候選模型建構於所有可能的解釋變數的組合(Raftery et al., 1997)，不同地，BMM 在候選模型的建構上是考慮所有可能的活性因子的組合。在給定活性因子後，根據效果模型，解釋變數包含了主效果和所有由這些活性因子生成的交互作用到一個預先給定的最高階數(通常為二階或三階交互作用)。因為不同的模型可以在貝氏模型平均法的架構下同時被考慮，所以 BMM 能有效修正關於上述高階交互作用混淆的問題。然而，如果在預先給定的最高階交互作用不夠高時，BMM 還是會遺失一些活性因子的辨識 (Box and Meyer, 1993 ; Yu, 2013)。

篩選因子的目的是在主要實驗之前先將真正有影響的因子找出來，所以在因子篩選的階段，我們更應該著重於因子而不是效果，根據這個觀念，Yu (2013) 提出了以平均數模型取代效果模型的 Modified Box-Meyer method (MBMM) 方法來分析因子篩選實驗。用 MBMM 分析時，我們可以不用給定最高階交互作用，方法本身可以解釋實驗所能提供的最高階交互作用，這也解決了 BMM 在分析時可能因為最高階交互作用設定不夠高而遺漏了一些活性因子。另一方面，MBMM 在使用平均數模型下的解釋變數的個數最多也只等同於實驗徑的個數，相對於 BMM 來說，在解釋變數減少的情況下，計算的時間相對的也減少了不少。

MBMM 已被廣泛用來分析資料，但還沒有人探討過 MBMM 所挑選的因子

是否具有穩健性。本研究我們將根據 Jang and Anderson-Cook (2018)的方法，將實驗中的每一道實驗徑依次刪除，記錄每一次活性因子的後驗機率排序，將排序的結果與原始的結果進行比對，目的就是為了確認因子篩選所找出的活性因子是不是真的在適當的分析中確實地保有穩定的結論。

本文的其他章節如下：第二章與第三張簡單介紹 BMM 與 MBMM；第四章為 MBMM 的穩健性探討；第五章為結論。



2.BMM

在一個有 p 個因子和 n 個實驗徑的因子篩選實驗中，假設 $\mathbf{x}_i =$

$(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})'$ 在實驗中設定為第 i 次實驗徑， x_{ij} 表示為第 i 次實驗徑中第 j 個

因子水準的設定。BMM 可看作 BMA 的應用，在候選模型方面，考慮所有因子

可能為活性因子或不為活性因子的所有組合可得到 $q = 2^p$ 個候選模型標記為

M_1, \dots, M_q ，根據貝氏定理，給定資料 $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)'$ 下，可得到模型 M_k 為真

的後驗機率為：

$$p(M_k | \mathbf{y}) = \frac{p(M_k) f(\mathbf{y} | M_k)}{\sum_{h=1}^q p(M_h) f(\mathbf{y} | M_h)}$$

其中 $P(M_k)$ 為模型 M_k 為真的先驗機率 (prior probability)， $f(\mathbf{y} | M_k)$ 則是在給定模

型 M_k 之下 \mathbf{y} 的邊際機率 (marginal probability)。在先驗機率方面，假設所有的

先驗機率都相同並不合適。根據經驗，只有少數的因子為活性因子，因此先驗

機率 $p(M_k) = \pi^{f_k} (1 - \pi)^{p - f_k}$ 的假設被採用，其中 f_k 為在模型 M_k 中活性因子的

數量以及 π 為特定因子為活性因子的機率。在實務上，因子篩選實驗中真正為

活性因子的個數通常不超過總因子個數的一半，所以我們建議 π 設定的範圍在

0 到 0.5 中較為適當，因此在許多實驗中 π 的預設值通常設為 0.25 (Box and

Meyer, 1993 ; Yu, 2013)。

為了得到模型 M_k 下 \mathbf{y} 的邊際機率，我們需要將模型 M_k 中參數形成的向量

給積分掉，可以得到：

$$f(\mathbf{y} | M_k) = \int f(\mathbf{y} | M_k, \boldsymbol{\theta}_k) f(\boldsymbol{\theta}_k | M_k) d\boldsymbol{\theta}_k$$

其中在積分中的兩個函數分別為概似函數 (likelihood) 以及在給定模型 M_k 下的先驗密度函數。在概似函數中 BMM 使用的是效果模型所以可以假設

$f(\mathbf{y}|M_k, \boldsymbol{\theta}_k)$ 為：

$$\mathbf{y}|M_k, \boldsymbol{\beta}_k, \lambda_\varepsilon \sim N(\mathbf{X}_k \boldsymbol{\beta}_k, \frac{1}{\lambda_\varepsilon} \mathbf{I})$$

其中 \mathbf{X}_k 為模型 M_k 中的活性因子所得到的效果組合成的模型矩陣， $\boldsymbol{\beta}_k$ 為對應迴歸係數的向量， λ_ε 為準確值 (precision)。在參數的先驗分配中，BMM 選擇了互相獨立且無資訊先驗分配 (non-informative prior)。在將參數積分掉後得到每個候選模型下的邊際機率。最後，每個因子的重要性的評估透過：

$$P_k = \sum_{M_h: \text{factor } k \text{ is active}} P(M_h|\mathbf{y})$$

可以得知 P_k 為第 k 個因子表示為活性因子的後驗機率， P_k 的值越大表示第 k 個因子為活性因子的可能性更高。

3.MBMM

MBMM 不同於 BMM 的地方在於 MBMM 概似函數的選擇使用了平均數模型而不是效果模型。首先我們先介紹 MBMM 會使用的數學符號，在模型 M_k 下，令 \mathbf{x}^k 為 \mathbf{x}_i 在活性因子所張出空間的投影，也就表示，如果第 j 個元素為活性因子時，在 \mathbf{x}^k 中的第 j 個元素等同於 \mathbf{x}_i 中的第 j 個元素，反之，如果第 j 個元素並非活性因子時，則 \mathbf{x}^k 的第 j 個元素表示為 0。令 $\mu(\mathbf{x}_i^k)$ 表示為第 i 個實驗徑的平均數，也就表示，如果 $x_s^k = x_t^k$ ，代表第 s 與第 t 個實驗徑在模型 M_k 中有相同的平均數。舉例來說，在一個 2^3 的完全因子設計中有 A、B 和 C 三個因子，在候選模型中因子 A 和因子 B 為活性因子，因子 C 不為活性因子，在實驗徑 $(+,+,+)$ 和 $(+,+,-)$ 中辨認因子 A 與因子 B 的水準時，發現兩個因子有相同的水準。結果可以得知，我們只要四個解釋變數 $\mu(+,+,0)$, $\mu(+,-,0)$, $\mu(-,+,0)$ 和 $\mu(-,-,0)$ 就可以呈現出八個實驗徑中的所有平均數。

在模型 M_k 下，我們假設 \mathbf{y} 之概似函數為：

$$\mathbf{y}|M_k, \boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}^k), \lambda_\varepsilon \sim N(\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}^k), \frac{1}{\lambda_\varepsilon} \mathbf{I}) \quad (1)$$

其中 $\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}^k) = (\mu(\mathbf{x}_1^k), \dots, \mu(\mathbf{x}_n^k))'$ ，假設先驗參數分配為：

$$\boldsymbol{\mu}(\mathbf{x}^k)|M_k, \mu, \lambda_\mu \sim N(\mu \mathbf{1}, \frac{1}{\lambda_\mu} \mathbf{R}^k) \quad (2)$$

其中 μ 為平均數， $\mathbf{R}^k = (R_{st}^k)$ 為平均數的相關係數矩陣， λ_μ 為準確值，相關係數矩陣 \mathbf{R}^k 方面，我們可以選擇 $\mathbf{R}^k = \mathbf{I}_n$ ，表示單元平均數互相獨立，然而，這種假設太過強大。在模型 M_k 下，更多的活性因子水準的設定在兩個實驗徑中，就預期會有更多對應的單元平均數會有相關。更進一步來說，如果活性因子的數量增加，那麼活性因子的重要相關性就會降低。為了適應這兩個特性，我們假設 $R_{st}^k = \frac{2^{m_{st}^k} - 1}{2^{f_k - 1}}$ 其中 m_{st}^k 是 x_s^k 和 x_t^k (不包含 0) 之中有相同元素的個數， f_k 為活性因子的個數。由(1)與(2)式可以得出

$$\mathbf{y} | M_k, \mu, \lambda_\mu, \lambda_\varepsilon \sim N(\mu \mathbf{1}, \frac{1}{\lambda_\mu} \mathbf{R}^k + \frac{1}{\lambda_\varepsilon} \mathbf{I})$$

不同於 Yu(2013)的方法， $\mu, \lambda_\mu, \lambda_\varepsilon$ 我們將由資料估計。所以

$$f(\mathbf{y} | M_k) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \left| \frac{1}{\lambda_\mu} \mathbf{R}^k + \frac{1}{\lambda_\varepsilon} \mathbf{I} \right|^{-\frac{1}{2}} \times \exp -\frac{1}{2} (\mathbf{y} - \mu \mathbf{1})' \left(\frac{1}{\lambda_\mu} \mathbf{R}^k + \frac{1}{\lambda_\varepsilon} \mathbf{I} \right)^{-1} (\mathbf{y} - \mu \mathbf{1}) \quad (3)$$

在 $\mu, \lambda_\mu, \lambda_\varepsilon$ 的估計方面，根據動差法，

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \bar{y} \\ \frac{1}{\lambda_\mu} + \frac{1}{\lambda_\varepsilon} &= \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2 \end{aligned} \quad (4)$$

由於因子篩選實驗通常在每一個實驗徑下沒有重複觀察值，所以 λ_μ 和 λ_ε 無法區分，所以我們假設總變異中 γ 的比例為實驗徑內變異(variation within runs)；而 $1 - \gamma$ 的比例為實驗徑間變異(variation between runs)，我們可以得到

$$\frac{\hat{1}}{\hat{\lambda}_\mu} = (1 - \gamma) \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2 \Rightarrow \hat{\lambda}_\mu = \frac{1}{(1-\gamma) \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2}$$

$$\frac{\hat{1}}{\hat{\lambda}_\varepsilon} = \gamma \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2 \Rightarrow \hat{\lambda}_\varepsilon = \frac{1}{\gamma \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2} \quad (5)$$

由於在一般實驗設計資料的分析方面，實驗徑內變異通常遠小於實驗徑間變異。在選擇一個很小的 γ 後(例如 0.1)，根據(4)與(5)估計 μ , λ_μ , λ_ε ，再將估計值直接代入(3)中得到邊際機率。



4.MBMM 的穩健性

在這篇章，我們將以兩個例子來探討 MBMM 的穩健性，以依次刪除每一道實驗徑的方法來探討活性因子的穩健性排序。

第一個例子是一個非正規設計 (nonregular design)。在一個有 12 個實驗徑的 Plackett- Burman 設計 (圖表 1)。我們先假設 $\gamma = 0.1$ ，根據資料可以估計出 $\hat{\mu} = 66.083$ ， $\hat{\lambda}_{\mu} = 0.0046$ ， $\hat{\lambda}_{\varepsilon} = 0.0415$ ，以及活性因子的後驗機率圖 (圖表 2 左圖)。再考慮 $\gamma = 0.3$ ，根據資料可以估計出 $\hat{\mu} = 66.083$ ， $\hat{\lambda}_{\mu} = 0.0059$ ， $\hat{\lambda}_{\varepsilon} = 0.0138$ ，以及活性因子的後驗機率圖 (圖表 2 右圖)，根據圖表我們可以看出 B、D、E 相比 A、C 是明顯機率較高的，因此我們可以大致上可以將 B、D、E 和 A、C 分為兩組。我們以此一不刪除任何實驗徑的方法估計出因子的後驗機率並將以排序當作基準。再來考率分別對於每次刪除實驗徑的因子機率排序來探討因子的穩健性 (圖表 3) (圖表 4)，在因子下畫底線表示在依次實驗徑刪除的每個因子的顯著性排序與沒有刪除實驗徑的顯著性因子排序的不一致，在圖表 3 可以看出即使有順序的變動，每一次刪除實驗徑的結果排序還是照著分類的兩組排序。而在圖表 4 雖然在刪除第 7 道實驗徑時，中間有發生跨組的順序變動，但總體來說這些因子的顯著性排序還是相當穩健的。

表 1. Plackett- Burman 設計

實驗徑	A	B	C	D	E	Y
1	+	-	+	-	-	56
2	+	+	-	+	-	93
3	-	+	+	-	+	67
4	+	-	+	+	-	60
5	+	+	-	+	+	77
6	+	+	+	-	+	65
7	-	+	+	+	-	95
8	-	-	+	+	+	49
9	-	-	-	+	+	44
10	+	-	-	-	+	63
11	-	+	-	-	-	63
12	-	-	-	-	-	61

表 2. 活性因子的後驗機率圖

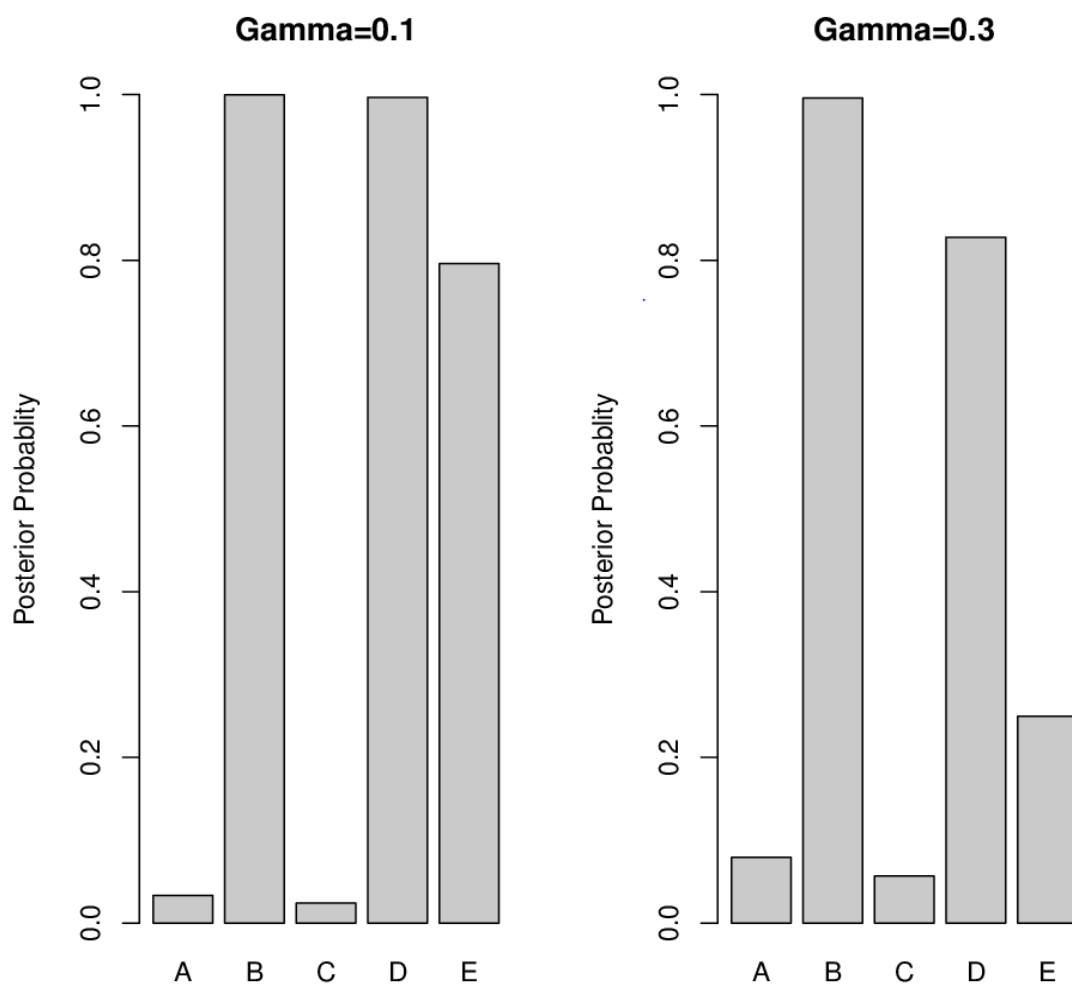


表 3. $\hat{\mu} = 66.083$, $\hat{\lambda}_{\mu} = 0.0046$, $\hat{\lambda}_{\epsilon} = 0.0415$

被刪除的實驗徑號碼	被挑選的重要因子顯著性排序
未刪除實驗徑	B(0.999) D(0.996) E(0.796) A(0.033) C(0.024)
1	B(0.999) D(0.996) E(0.739) A(0.048) C(0.037)
2	B(0.997) D(0.974) E(0.666) <u>C(0.192) A(0.191)</u>
3	B(0.998) D(0.992) E(0.724) A(0.056) C(0.033)
4	<u>D(0.998) B(0.985)</u> E(0.517) A(0.039) C(0.019)
5	B(0.999) D(0.998) E(0.285) A(0.030) C(0.016)
6	B(0.999) D(0.992) E(0.726) A(0.067) C(0.033)
7	B(0.976) D(0.896) E(0.746) A(0.336) C(0.155)
8	B(0.997) D(0.991) E(0.785) <u>C(0.065) A(0.039)</u>
9	B(0.999) D(0.996) E(0.677) <u>C(0.056) A(0.026)</u>
10	B(0.999) D(0.995) E(0.812) A(0.034) C(0.025)
11	B(0.999) <u>E(0.903) D(0.631)</u> A(0.072) C(0.035)
12	B(0.999) D(0.993) E(0.751) A(0.067) C(0.034)

表 4. $\hat{\mu} = 66.083$, $\hat{\lambda}_{\mu} = 0.0059$, $\hat{\lambda}_{\varepsilon} = 0.0138$

被刪除的實驗徑號碼	被挑選的重要因子顯著性排序
未刪除實驗徑	B(0.995) D(0.827) E(0.249) A(0.079) C(0.057)
1	B(0.990) D(0.811) E(0.268) A(0.098) C(0.071)
2	B(0.987) D(0.711) E(0.225) A(0.138) C(0.127)
3	B(0.991) D(0.702) E(0.233) A(0.099) C(0.071)
4	B(0.951) D(0.832) E(0.280) A(0.094) C(0.057)
5	B(0.978) D(0.842) E(0.269) A(0.075) C(0.055)
6	B(0.994) D(0.644) E(0.217) A(0.119) C(0.066)
7	B(0.942) D(0.599) <u>A(0.416) E(0.198)</u> C(0.179)
8	B(0.985) D(0.832) E(0.230) <u>C(0.093) A(0.088)</u>
9	B(0.992) D(0.877) E(0.203) <u>C(0.092) A(0.062)</u>
10	B(0.993) D(0.731) E(0.309) A(0.083) C(0.065)
11	B(0.997) D(0.380) E(0.543) A(0.082) C(0.066)
12	B(0.992) D(0.768) E(0.247) A(0.114) C(0.070)

第二個例子是一個正規設計 (regular design) 原始資料為注射模型的實驗所設計出的 2^{8-4} 的矩陣設計 (圖表 5)。我們先假設 $\gamma = 0.1$ ，根據資料估計出 $\hat{\mu} = 19.75$ ， $\hat{\lambda}_{\mu} = 0.0594$ ， $\hat{\lambda}_{\varepsilon} = 0.5351$ ，以及活性因子的後驗機率圖 (圖表 6 左圖)，接著假設 $\gamma = 0.3$ ，根據資料估計出 $\hat{\mu} = 19.75$ ， $\hat{\lambda}_{\mu} = 0.0764$ ， $\hat{\lambda}_{\varepsilon} = 0.1783$ ，以及活性因子的後驗機率圖 (圖表 6 右圖)，由圖得知，A、C、E、H 明顯的高於 B、D、F、G，因從我們也可以先將這八個因子分為兩組，再來估計先不刪除實驗徑得出活性因子的機率排序，再以依次刪除實驗徑估計出的結果與未刪除對比 (圖表 7) (圖表 8)，從圖表 7 可以發現前四個因子相當的穩健在每一次實驗都沒有產生順序的變動，而後四個因子由於他們的機率相當低比較容易產生變動，不過整體的排序還是都依兩組進行。

圖表 8 雖然在刪除第 14 道實驗徑時，E、H 產生了順序的變動，但依然還是在先前分為兩組的組內，而且除此之外其他的實驗結果還是說明由 MBMM 所選出的因子是非常穩健的。

表 5.2⁸⁻⁴ 的矩陣設計

實驗徑	A	B	C	D	E	F	G	H	Y
1	-	-	-	+	+	+	-	+	14.0
2	+	-	-	-	-	+	+	+	16.8
3	-	+	-	-	+	-	+	+	15.0
4	+	+	-	+	-	-	-	+	15.4
5	-	-	+	+	-	-	+	+	27.6
6	+	-	+	-	+	-	-	+	24.0
7	-	+	+	-	-	+	-	+	27.4
8	+	+	+	+	+	+	+	+	22.6
9	+	+	+	-	-	-	+	-	22.3
10	-	+	+	+	+	-	-	-	17.1
11	+	-	+	+	-	+	-	-	21.5
12	-	-	+	-	+	+	+	-	17.5
13	+	+	-	-	+	+	-	-	15.9
14	-	+	-	+	-	+	+	-	21.9
15	+	-	-	+	+	-	+	-	16.7
16	-	-	-	-	-	-	-	-	20.3

表 6. 活性因子的後驗機率圖

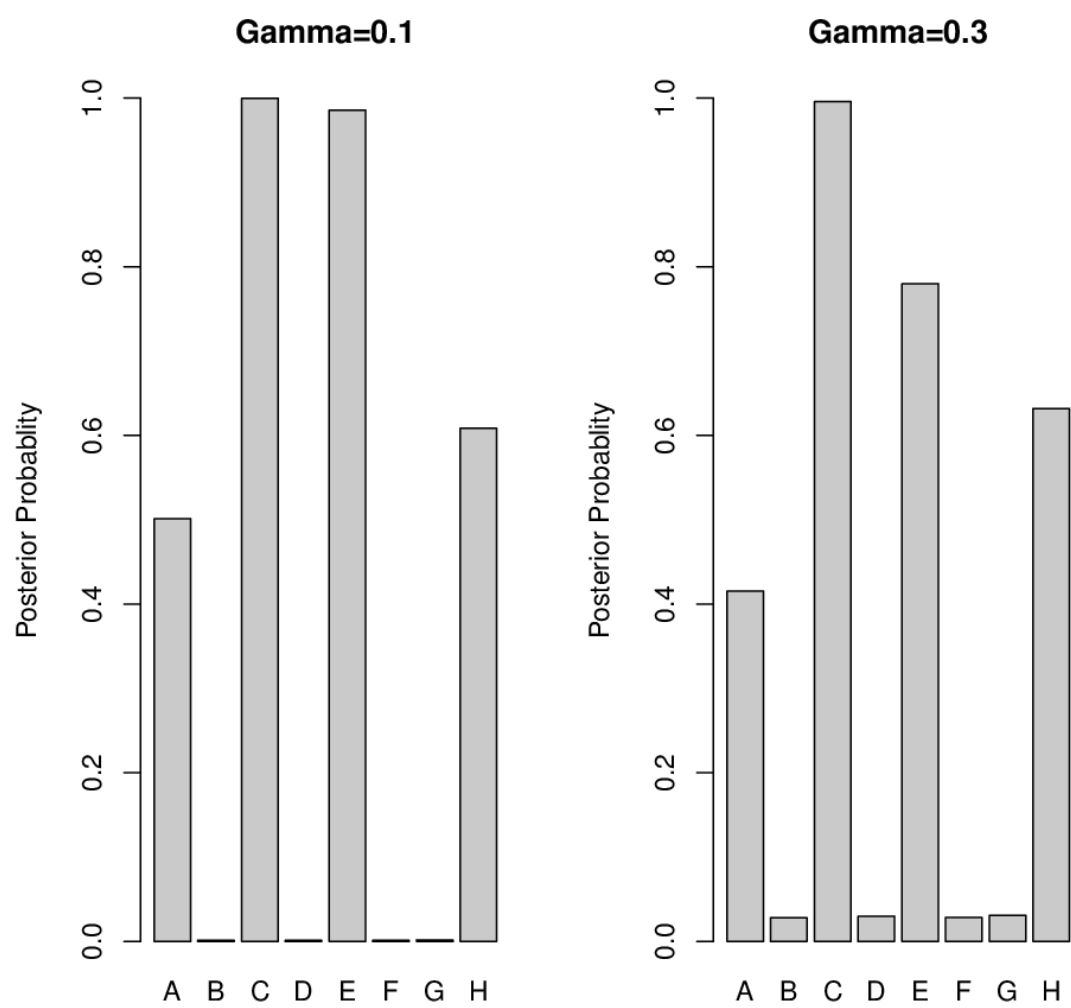


表 7. $\hat{\mu} = 19.75$, $\hat{\lambda}_{\mu} = 0.0594$, $\hat{\lambda}_{\epsilon} = 0.5351$

被刪除的實驗徑號碼	被挑選的重要因子顯著性排序
未刪除實驗徑	C(0.9997) E(0.9858) H(0.6086) A(0.5012) G(0.0016) F(0.0014) D(0.0014) B(0.0013)
1	C(0.9996) E(0.9799) H(0.6298) A(0.4980) <u>B(0.0026)</u> <u>G(0.0025) F(0.0025) D(0.0024)</u>
2	C(0.9996) E(0.9802) H(0.5936) A(0.5223) G(0.0036) F(0.0029) D(0.0029) B(0.0026)
3	C(0.9997) E(0.9865) H(0.6058) A(0.5030) G(0.0030) <u>D(0.0026) F(0.0026)</u> B(0.0024)
4	C(0.9993) E(0.9903) H(0.6563) A(0.4449) <u>B(0.0031)</u> <u>D(0.0029) F(0.0028) G(0.0026)</u>
5	C(0.9998) E(0.9896) H(0.6072) A(0.4986) <u>D(0.0063)</u> <u>F(0.0055) G(0.0054)</u> B(0.0052)
6	C(0.9994) E(0.9903) H(0.5514) A(0.5488) G(0.0034) <u>D(0.0028) B(0.0026) F(0.0026)</u>
7	C(0.9998) E(0.9898) H(0.6098) A(0.4971) G(0.0069) F(0.0054) <u>B(0.0053) D(0.0049)</u>
8	C(0.9996) E(0.9792) H(0.6249) A(0.4919) G(0.0031) F(0.0031) D(0.0029) B(0.0029)
9	C(0.9994) E(0.9780) H(0.6152) A(0.5073) G(0.0028) <u>D(0.0026) F(0.0025)</u> B(0.0024)
10	C(0.9997) E(0.9772) H(0.5802) A(0.5304) <u>F(0.0044)</u> <u>G(0.0041) B(0.0036) D(0.0034)</u>
11	C(0.9996) E(0.9846) H(0.5963) A(0.5071) G(0.0027) F(0.0026) D(0.0025) B(0.0024)
12	C(0.9996) E(0.9801) H(0.5989) A(0.5125) G(0.0042) <u>D(0.0041) B(0.0036) F(0.0034)</u>
13	C(0.9995) E(0.9813) H(0.6040) A(0.5109) G(0.0028) <u>D(0.0028) F(0.0027)</u> B(0.0026)
14	C(0.9997) E(0.9705) H(0.6550) A(0.4619) <u>D(0.0025)</u> <u>F(0.0024) B(0.0024) G(0.0024)</u>
15	C(0.9996) E(0.9846) H(0.6106) A(0.4994) G(0.0030) <u>D(0.0026) F(0.0026)</u> B(0.0025)
16	C(0.9993) E(0.9845) H(0.5799) A(0.5331) G(0.0028) <u>D(0.0024) F(0.0024)</u> B(0.0023)

表 8. $\hat{\mu} = 19.75$, $\hat{\lambda}_{\mu} = 0.0764$, $\hat{\lambda}_{\epsilon} = 0.1783$

被刪除的實驗徑號碼	被挑選的重要因子顯著性排序
未刪除實驗徑	C(0.9959) E(0.7798) H(0.6316) A(0.4154) G(0.0310) D(0.0297) F(0.0286) B(0.0281)
1	C(0.9926) E(0.7690) H(0.6565) A(0.4384) <u>B(0.0410)</u> <u>F(0.0405) D(0.0388) G(0.0386)</u>
2	C(0.9907) E(0.7806) H(0.6198) A(0.3953) G(0.0471) D(0.0423) F(0.0418) B(0.0395)
3	C(0.9934) E(0.7724) H(0.6379) A(0.4269) G(0.0474) D(0.0440) F(0.0404) B(0.0392)
4	C(0.9868) E(0.8617) H(0.6088) A(0.3838) <u>B(0.0408)</u> <u>D(0.0401) F(0.0388) G(0.0375)</u>
5	C(0.9941) E(0.7664) H(0.6011) A(0.4210) <u>D(0.0758)</u> <u>G(0.0677)</u> F(0.0605) B(0.0598)
6	C(0.9855) E(0.8653) H(0.5130) A(0.4440) G(0.0446) D(0.0387) F(0.0382) B(0.0374)
7	C(0.9937) E(0.7658) H(0.6000) A(0.4188) G(0.0736) <u>F(0.0692) B(0.0682) D(0.0602)</u>
8	C(0.9909) E(0.7339) H(0.6188) A(0.3822) G(0.0427) D(0.0421) F(0.0411) B(0.0401)
9	C(0.9924) E(0.6752) H(0.6642) A(0.3631) G(0.0400) D(0.0386) F(0.0378) B(0.0375)
10	C(0.9970) E(0.5988) H(0.5646) A(0.3290) <u>F(0.0551)</u> <u>G(0.0518) B(0.0488) D(0.0467)</u>
11	C(0.9938) E(0.7410) H(0.6097) A(0.3747) G(0.0411) D(0.0393) F(0.0375) B(0.0369)
12	C(0.9962) E(0.6236) H(0.5757) A(0.3384) G(0.0574) D(0.0568) <u>B(0.0488) F(0.0456)</u>
13	C(0.9919) E(0.6723) H(0.6712) A(0.3741) <u>F(0.0429)</u> <u>B(0.0425) D(0.0409) G(0.0404)</u>
14	C(0.9970) <u>H(0.6718) E(0.5634)</u> A(0.2792) <u>D(0.0428)</u> <u>B(0.0424) F(0.0417) G(0.0392)</u>
15	C(0.9929) E(0.7184) H(0.6465) A(0.3856) G(0.0472) D(0.0442) F(0.0389) B(0.0384)
16	C(0.9919) E(0.6863) H(0.6301) A(0.3678) G(0.0494) D(0.0441) F(0.0417) B(0.0403)

5. 結論

在本文中，我們以依次刪除每一道實驗徑的方法，再排序每一次顯現的效果的重要性排序，探討在 MBMM 中找出活性因子的穩健性。根據兩個實例分析，我們發現也許會有一兩個排序上的變動，但總體來說大部分的因子排序上沒有劇烈的變動，尤其從第二個例子可以完全的看得出來排名前幾順序的因子更是展現了重要性與穩健性。



參考文獻

1. G.E.P. Box and R.D. Meyer, Finding the active factors in fractionated screening experiments, *Journal of Quality Technology*, Vol. 25, pp. 94–105, 1993.
2. J. A. Hoeting, D. Madigan, A. E. Raftery, and C. T. Volinsky, Bayesian model averaging: A tutorial, *Statistical Science*, Vol. 14, pp. 382–417, 1999.
3. D.H. Jang and C.M. Anderson-Cook, Assessing robustness of factor ranking for supersaturated designs. *Quality and Reliability Engineering International*, Vol 34, pp. 1-10, 2018.
4. D.C. Montgomery, *Design and Analysis of Experiments*, 6th ed., John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2005.
5. A.E. Raftery, D. Madigan, and J. A. Hoeting, Bayesian model averaging for linear regression models, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 92, pp. 179–191, 1997.
6. C.F.J. Wu and M. Hamada, *Experiments: Planning, Analysis, and Parameter Design Optimization*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2009.
7. I.T. Yu, A modification of the Box–Meyer method for finding the active factors in screening experiments, *Journal of Applied Statistics*, Vol. 40, pp. 972–984, 2013.